

MATH 215
Practice - Determinants

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Across Row 1

$$\begin{aligned} \det(A) &= 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \det \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \det \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \det \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= 2 \cdot (6-5) - (8-10) + (4-6) = 2 \end{aligned}$$

Down Column 1

$$\det(B) = 3 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \det \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 3 \cdot (3-4) = -3$$

Across Row 3

$$\begin{aligned} \det(C) &= 1 \cdot (-1)^{3+1} \cdot \det \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + 4 \cdot (-1)^{3+2} \cdot \det \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \\ &= (2-6) - 4 \cdot (-4+3) = 0 \end{aligned}$$

$$H = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Down Column 3

$$\begin{aligned} \det(H) &= 1 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \det \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot \det \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \\ &= -2 \cdot (3 \cdot (-1) \cdot \det \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + (1) \cdot (-1) \cdot \det \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}) \\ &= -2 \cdot (3 \cdot (1-2) - 1 \cdot (2+1)) \\ &= 12 \end{aligned}$$